Lösungen zu 4. Aufgaben zum exponentiellen Wachstum/Zerfall

1. a) Zins $= K_0 \cdot \frac{p}{100}$; Kapital + Zins $= K_o\left(1+\frac{p}{100}\right)$; also $q = 1 + \frac{p}{100}$.

b) $K_n = K_0\left(1+\frac{p}{100}\right)^n$

1) 1216,65 DM **2)** 1480,24 DM **3)** 1469,33 DM

c) **1)** um 61 %, **2)** um 63 %, **3)** um 159 % (jeweils auf ganze Prozente gerundet)

d) Es dauert ungefähr 26 Jahre. Verdoppelung nach etwa 13 Jahren.

e) Es dauert ungefähr 18 Jahre. Verdoppelung nach etwa 9 Jahren.

2. $y = 2 = 2^1$ für $x = 4$; $y = 4 = 2^2$ für $x = 8$;
$y = 8 = 2^3$ für $x = 12$; d.h., es dauert 4 bzw. 8 bzw. 12 Tage.

3. $I_0 = 0{,}38$ A; $I_1 = 0{,}38\ \text{A} \cdot 10^{-2}$ nach $t_1 = \frac{1}{81}$ s;
$I_2 = 0{,}38\ \text{A} \cdot 10^{-3}$ nach $t_2 = \frac{1}{54}$ s.

4. a) $N(t) = N_0 \cdot (\frac{1}{2})^1$ für $t = \frac{1}{0{,}086}\,\text{d} \approx 11{,}6$ d.
Die Halbwertszeit beträgt etwa 11,6 Tage.

b) $N(100\ \text{d}) = N_0 \cdot (\frac{1}{2})^{8,6} \approx N_0 \cdot 0{,}00258$.
Nach 100 Tagen sind noch etwa 2,6‰ der Radiumatome vorhanden.

5. a) $2^{c \cdot 1620\,\text{a}} = 2^{-1} \Rightarrow c = -\frac{1}{1620\ \text{a}}$

b) **1)** $N(1000\ \text{a}) = N_0 \cdot 2^{-\frac{1000}{1620}} \approx N_0 \cdot 0{,}652$

2) $N(2000\ \text{a}) = N_0 \cdot 2^{-\frac{2000}{1620}} \approx N_0 \cdot 0{,}425$

3) $N(10000\ \text{a}) = N_0 \cdot 2^{-\frac{10000}{1620}} \approx N_0 \cdot 0{,}014$

Also sind nach 1000 Jahren noch 65,2 %, nach 2000 Jahren noch 42,5 % und nach 10 000 Jahren noch 1,4 % der ursprünglichen Menge von Radium 226 vorhanden.

6. a) $T(1875) = 82 \cdot 0{,}9955^{50} \approx 65{,}4$; also 65,4 Arbeitsstunden pro Woche
$T(1960) = 82 \cdot 0{,}9955^{135} \approx 44{,}6$; also 44,6 Arbeitsstunden pro Woche
$T(1980) = 82 \cdot 0{,}9955^{155} \approx 40{,}8$; also 40,8 Arbeitsstunden pro Woche

b) $T(2000) = 82 \cdot 0{,}9955^{175} \approx 37{,}2$. Für das Jahr 2000 ergäbe sich eine wöchentliche Arbeitszeit von etwa 37 Stunden, was durchaus realistisch erscheint.

7. a) $5{,}3 \cdot q^{10} = 6{,}0 \Rightarrow q = 1{,}01248\ldots$; etwa 12,5‰ jährliche Zunahme.

b) $5{,}3 \cdot 1{,}034^{10} = 7{,}40\ldots$
Die Weltbevölkerung würde auf 7,4 Milliarden anwachsen.