Aufgabenmix (3) : Exponentielles Wachstum

Aufgabe 1

Herr K. hat 2000€ gespart. Nach 5 Jahren beträgt sein Kapital mit Zinseszinsen 2433,31€.
a) Berechnen Sie die Funktion K(t), die sein Kapital am Ende des Jahres beschreibt.
b) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich sein Kapital verdoppelt.
c) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sein Kapital 5000€ beträgt.
d) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sein Kapital sich um 600€ erhöht hat.
e) Berechnen Sie seinen prozentualen Gewinn nach 10 Jahren.

Aufgabe 2

Herr K hat Kapital mit jährlichen Zinseszinsen angelegt. Nach 7 Jahren beträgt sein Guthaben 3289,83€.
Nach 13 Jahren Laufzeit sind es schon 4162,68€.
Berechnen Sie den jährlichen Zinssatz und das Startkapital.

Aufgabe 3

Drei Tage nach der Entdeckung von Wasserlinsen in einem Gartenteich sind 1,21 m^2 bedeckt.
Zwei Tage später sind es schon 1,74 m^2.
Bestimmen Sie die Wachstumsfunktion und den Anfangsbestand am Tag der Entdeckung für :
exponentielles Wachstum bzw. lineares Wachstum.

Aufgabe 4

Heißer Tee in einer Tasse hat eine Temperatur von 85°C bei einer Umgebungstemperatur von 20°C.
Zwei Minuten später beträgt seine Temperatur nur noch 73,2°C. Der Temperatur**unterschied** U zur Umgebungstemperatur nimmt exponentiell ab.
a) Ermitteln Sie die Gleichung U(t), die den Temperaturunterschied (in °C) zur Umgebung in Abhängigkeit von der Zeit t (in Minuten) beschreibt.
b) Welche Temperatur hat der Tee nach zehn Minuten ?
c) Wie lautet der Funktionsterm C(t), mit der sich die Celsius-Temperatur des Tees berechnen lässt ?
Nach welcher Abkühlzeit (in Min. und Sek.) hat der Tee die ideale Trinktemperatur von 60°C ?
d) Wie lautet der entsprechende Funktionsterm K(t) für die absolute Temperatur in Kelvin.

Aufgabe 5 (SA 2010)

Für die folgenden Aufgaben wird von exponentiellem Wachstum einer Bakterienkultur ausgegangen.
Betrachtet wird die bedeckte Fläche in einer Nährlösung.
Rechnen Sie ohne Benennung und runden Sie auf vier Nachkommastellen.

Die von einer Kultur bedeckte Fläche A hat in zehn Stunden von 3,0 cm^2 auf 4,92 cm^2 zugenommen.
Bestimmen Sie den Term A(t), der die bedeckte Fläche A(t) in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt.
Berechnen Sie, nach welcher Zeit (in Stunden, Minuten und Sekunden) sich die Fläche verdoppelt hat.
Berechnen Sie die von der Kultur bedeckte Fläche auch in der Form $A(t) = 3 \cdot 2^{k \cdot t}$.
[Zwerg: $A(t) = 3 \cdot 1{,}0507^t$] [7]

Aufgabe 6 (SA 2009)

Für die folgenden Aufgaben wird von exponentieller Zu- bzw. Abnahme der Bevölkerung ausgegangen.
Verwenden Sie als Einheit für die Bewohnerzahlen Tausend und runden Sie sinnvoll.

Die Bevölkerung von Z-Stadt hat in zehn Jahren von 20.000 auf 32.000 zugenommen.
In P-Stadt hat sich die Bevölkerung in diesem Zeitraum gemäß $p(t) = 30 \cdot 0{,}98^t$ entwickelt.

6.1 Bestimmen Sie den Term z(t), der die Bevölkerung von Z-Stadt in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt.
Geben Sie die prozentuale jährliche Zunahme der Bevölkerungszahl an und berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich die Bevölkerung verdoppelt hat.
[Ergebnis: $z(t) = 20 \cdot 1{,}048^t$] [6]

6.2 Stellen Sie das Wachstum von Z-Stadt in der Form $z(t) = 20 \cdot 2^{c \cdot t}$ dar.
Beschreiben Sie, wie der Graph von z(t) aus dem von $y(t) = 2^t$ hervorgeht. [4]

6.3 Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem beide Städte die gleiche Bevölkerungszahl aufweisen. [4]